Arnaud Hirtz
Analyse DEUG 2
Université de Haute Alsace

Exercices sur la convergence de séries numériques

Exercice 1 *Déterminer la convergence des séries de terme général :*

$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ $\quad b_n = \frac{1}{n\sqrt{n}}$ $\quad c_n = \frac{1}{n^2+2n}$

$d_n = \frac{1}{n+\sin n}$ $\quad e_n = \frac{1}{n+\ln n}$ $\quad f_n = \frac{n+1}{n^2+1}$

$g_n = \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+1}$ $\quad h_n = \frac{n^2+\ln(n+1)}{\sqrt{n^4+3n^3+2}}$ $\quad i_n = \sin\frac{1}{n}$

$j_n = \cos\frac{1}{n}$ $\quad k_n = \arctan\frac{1}{n^2}$ $\quad l_n = \tan\frac{1}{n} - \sin\frac{1}{n}$

$m_n = \frac{1}{3^n}$ $\quad o_n = \frac{2^{2n}}{5^n}$ $\quad p_n = \frac{1}{n!}$

$q_n = \frac{n^2+1}{n!}$ $\quad r_n = \left(\frac{n^2+2n+3}{2(n-1)^2}\right)^n$ $\quad s_n = \frac{1}{\ln n}$

$t_n = \frac{1}{n(\ln n)^2}$ $\quad u_n = \frac{\ln n}{n^2}$ $\quad v_n = \frac{1}{a^n+\frac{1}{a^n}}$ $\quad (a > 0)$

$w_n = \exp\left(-\sqrt{n}\right)$ $\quad x_n = \exp\left(-\frac{n^2+1}{n+1}\right)$ $\quad y_n = \exp(-\ln n)$

$z_n = \frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{n}\frac{2^k}{k!}$

Exercice 2 *Calculer les sommes des séries suivantes :*

$\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{3^n}$ $\quad \sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{10^n}$ $\quad \sum_{k=0}^{+\infty}\frac{2^{2n}}{5^n}$ $\quad \sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{n!}$

$\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{2^n}{n!}$ $\quad \sum_{k=0}^{+\infty}\exp(-n)$ $\quad \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \sum_{k=2}^{+\infty}\ln\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$